

เตรียมสอบ **A-Level**



คณิตศาสตร์

ม.ปลาย

มั่นใจเต็ม 100

ฝึกประสบการณ์ด้วยแนวข้อสอบคณิตศาสตร์ที่คัดสรรจากสนามสอบจริง พร้อมรับมือ
การสอบ A-Level เรียนรู้เทคนิคที่หลากหลาย จัดการเวลาได้ทัน ทำคะแนนให้ได้สูงสุด

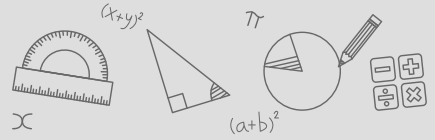


- สร้างทักษะ และกระบวนการทำข้อสอบผ่านชุดข้อสอบที่แบ่งตามระดับง่าย และระดับยาก
- Recall สูตร หลักคิด และนิยามต่างๆ ผ่านระบบ Short Note จัดจำง่ายและรวดเร็วก่อนสอบ
- พร้อมในทุกสนามสอบแข่งขัน ตั้งแต่การสอบเก็บคะแนน ไปจนถึงการสอบในระดับ A-Level

สารบัญ

บทที่ 1	เซต	1
	ข้อสอบระดับง่าย	4
	ข้อสอบระดับยาก	6
	เฉลยข้อสอบบทที่ 1 เซต	11
บทที่ 2	ตรรกศาสตร์	31
	ข้อสอบระดับง่าย	33
	ข้อสอบระดับยาก	36
	เฉลยข้อสอบบทที่ 2 ตรรกศาสตร์	41
บทที่ 3	จำนวนจริง	59
	ข้อสอบระดับง่าย	61
	ข้อสอบระดับยาก	63
	เฉลยข้อสอบบทที่ 3 จำนวนจริง	67
บทที่ 4	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม	89
	ข้อสอบระดับง่าย	91
	ข้อสอบระดับยาก	93
	เฉลยข้อสอบบทที่ 4 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม	98





บทที่ 5	เรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย	125
	ข้อสอบระดับง่าย	130
	ข้อสอบระดับยาก	132
	เฉลยข้อสอบบทที่ 5 เรขาคณิตวิเคราะห์ และภาคตัดกรวย	138
บทที่ 6	ฟังก์ชัน	183
	ข้อสอบระดับง่าย	185
	ข้อสอบระดับยาก	188
	เฉลยข้อสอบบทที่ 6 ฟังก์ชัน	193
บทที่ 7	เมทริกซ์	221
	ข้อสอบระดับง่าย	223
	ข้อสอบระดับยาก	226
	เฉลยข้อสอบบทที่ 7 เมทริกซ์	231
บทที่ 8	ตรีโกณมิติ	259
	ข้อสอบระดับง่าย	263
	ข้อสอบระดับยาก	265
	เฉลยข้อสอบบทที่ 8 ตรีโกณมิติ	269

บทที่ 9 เวกเตอร์..... 295

ข้อสอบระดับง่าย 297

ข้อสอบระดับยาก..... 300

เฉลยข้อสอบบทที่ 9 เวกเตอร์..... 303

บทที่ 10 จำนวนเชิงซ้อน 327

ข้อสอบระดับง่าย 330

ข้อสอบระดับยาก..... 332

เฉลยข้อสอบบทที่ 10 จำนวนเชิงซ้อน 335

บทที่ 11 หลักการนับเบื้องต้น และความน่าจะเป็น..... 355

ข้อสอบระดับง่าย 358

ข้อสอบระดับยาก..... 361

เฉลยข้อสอบบทที่ 11 หลักการนับเบื้องต้น และความน่าจะเป็น..... 364

บทที่ 12 ลำดับ และอนุกรม 389

ข้อสอบระดับง่าย 392

ข้อสอบระดับยาก..... 395

เฉลยข้อสอบบทที่ 12 ลำดับ และอนุกรม..... 399

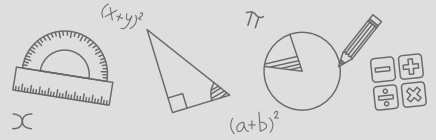
บทที่ 13 แคลคูลัส 425

ข้อสอบระดับง่าย 431

ข้อสอบระดับยาก..... 433

เฉลยข้อสอบบทที่ 13 แคลคูลัส 439





บทที่ 14 สถิติและการแจกแจงความน่าจะเป็น..... 473

ข้อสอบระดับง่าย 479

ข้อสอบระดับยาก..... 483

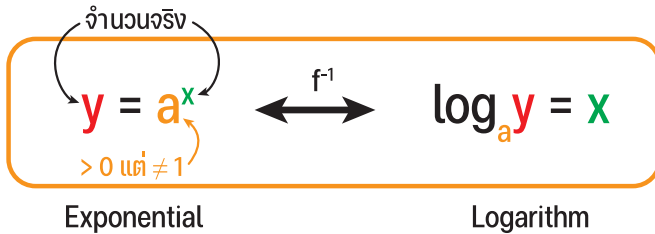
เฉลยข้อสอบบทที่ 14 สถิติ และการแจกแจงความน่าจะเป็น..... 491

บทที่

4

ฟังก์ชัน เอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม

1 ลักษณะของฟังก์ชัน



log ฐานธรรมชาติ (\log_e)

$\ln x$

$\log_{10} x$

log สามัญ

1 สมการ

การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล

- พยายามจัดรูปสมการ Expo ที่มีฐานและยกกำลังที่เหมือนกัน ให้เป็นตัวแปรเพื่อถ่ายต่อการแก้สมการ
- ถ้าข้อไหนที่มีสมการ Expo ที่มีฐานไม่เหมือนกัน จะต้องสร้างตัวแปรมากกว่า 1 ตัว

2 อสมการ

การแก้สมการเอกซ์โพเนนเชียล

- ใช้หลักการเดียวกับ “การแก้สมการ Expo” สำหรับการจัดรูป
- การ “คูณ หรือ หาย ด้วยเครื่องหมายลบ” จะทำให้ “เครื่องหมายอสมการเปลี่ยน” เสมอ
- ถ้าฐานของ log น้อยกว่า 1 เวลาย้ายข้างต้องสลับเครื่องหมายอสมการด้วย

3 สมบัติของ Log



- $\log_a a = 1$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$ > 0 เสมอ
- $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_a x^n = -\log_a x$
- $\frac{\log_b x}{\log_b a} = \log_a x$; $b \neq 0$
- $a^{\log_b x} = x$

4 สมบัติของ Expo



- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$
- $a^m a^n = a^{(m+n)}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(a^m)^n = a^{mn}$
- $a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$
- $\sqrt[m]{a^m} = \begin{cases} |x| & ; x \in \text{จำนวนคู่} \\ x & ; x \in \text{จำนวนคี่} \end{cases}$



ข้อสอบระดับง่าย

ระดับความยาก : ★ (1 ดาว) ถึง ★★★ (3 ดาว)

เวลาที่ควรใช้ในการทำข้อสอบทั้งหมด : 10 นาที

1. ให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็น A (-2, 3), B (2, 8), C (4, 4), D (0, -3) พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับข้อใด

1. 16 2. 32 3. $10\sqrt{13}$ 4. $26\sqrt{10}$ 5. $32\sqrt{5}$

2. กำหนดให้เส้นตรง $3x - 4y - 6 = 0$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $x + ay + 3 = 0$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง ถ้าเส้นตรงทั้งสองตัดกันที่จุด A และเส้นตรงทั้งสองตัดแกน x ที่จุด B และจุด C ตามลำดับ แล้วพื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

1. 6 2. 8 3. 10 4. 12 5. 14

3. กำหนดให้เส้นตรง L ผ่านจุด A (2, 0) และจุด B (-4, 8) ให้เส้นตรง M ผ่านจุด B และจุด C (-a, 0) เมื่อ $a > 0$ ถ้าระยะทางระหว่างจุด C กับเส้นตรง L เท่ากับ $\frac{48}{5}$ หน่วย แล้วระยะทางระหว่างจุดกำเนิด (0, 0) กับเส้นตรง M มีค่ากี่หน่วย

1. 7 2. 8 3. 10.5 4. 13.5 5. 15

4. ให้วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (2, 1) ถ้าเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด $x = 1$ เส้นหนึ่งมีความชันเท่ากับ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ แล้วจุดในข้อใดอยู่บนวงกลมที่กำหนด

1. (0, 1) 2. (0, 2) 3. (1, 0) 4. (3, 0) 5. (-1, 0)

5. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ถ้าวงกลม $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ มีจุดศูนย์กลางที่ (2, 1) และมีเส้นตรง $x - y + 2 = 0$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมแล้ว $|a + b + c|$ เท่ากับเท่าไร

6. จุด A (1, 0) และจุด B (b, 0) เมื่อ $b > 1$ เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง ถ้าเส้นตรง L ผ่านจุด (-1, 0) และสัมผัสกับวงกลมนี้มีความชันเท่ากับ $\frac{4}{3}$ แล้ว b มีค่าเท่าไร

7. พาราโบลามีจุดยอดที่ (-1, 0) และมีจุดกำเนิดเป็นโฟกัส ถ้าเส้นตรง $y = x$ ตัดพาราโบลาที่จุด P และจุด Q แล้วระยะทางระหว่างจุด P กับจุด Q เท่ากับเท่าไร



8. ให้เส้นตรง $x - y + 2 = 0$ ตัดกับวงกลม $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$ ที่จุด A และ B ถ้า (a, b) เป็นจุดโฟกัสของพาราโบลาซึ่งมีเส้นตรง $y = 2$ เป็นแกนของพาราโบลา และพาราโบลานี้ผ่านจุด A และ B แล้ว $a + b$ คือข้อใด

1. $\frac{11}{4}$ 2. $\frac{9}{4}$ 3. $\frac{7}{4}$ 4. $\frac{5}{4}$ 5. $\frac{3}{4}$

9. แกนเอกของวงรีเป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดตัดของวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ กับวงกลม $x^2 + y^2 + 6y - 7 = 0$ และโฟกัสจุดหนึ่งของวงรีอยู่บนเส้นตรง $x + 2\sqrt{3} = 0$ แล้วสมการของวงรีคือข้อใด

1. $x^2 + 4y^2 - 8x = 0$ 2. $x^2 + 4y^2 + 24y + 20 = 0$
 3. $4x^2 + y^2 + 6y - 7 = 0$ 4. $4x^2 + y^2 - 32x + 48 = 0$
 5. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

10. ถ้า $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey = 21$ เป็นสมการไฮเพอร์โบลารูปหนึ่งมีแกนตามขวางขนานแกน x มีเส้นตรง $2x - y + 1 = 0$ เป็นเส้นกำกับเส้นหนึ่ง และมีจุด $(1 + 2\sqrt{5}, 3)$ เป็นโฟกัสจุดหนึ่ง แล้วจงหาค่าของ $A^2 + B^2 + D^2 + E^2$



4. กำหนดให้ $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

$$f(1, m) = 1 \text{ สำหรับ } m \in N$$

$$f(n, m) = 0 \text{ สำหรับ } n, m \in N \text{ โดยที่ } n > m$$

$$f(n, m + 1) = f(n - 1, m) + f(n, m) + f(n + 1, m) \text{ สำหรับ } n, m \in N \text{ โดยที่ } n \geq 2$$

แล้วจงหาค่าของ $f(2, 4)$

5. ให้ $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = |x| - 2\}$ ให้ D_r และ R_r เป็นโดเมนและเรนจ์ของ r ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) r^{-1} เป็นฟังก์ชัน

(ข) จำนวนสมาชิกของเซต $r \cap r^{-1}$ เท่ากับ 3

(ค) $D_r \cap R_r = D_r$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|---|---|
| 1. ข้อ (ก) ถูกเพียงข้อเดียว | 2. ข้อ (ข) ถูกเพียงข้อเดียว |
| 3. ข้อ (ค) ถูกเพียงข้อเดียว | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |

6. กำหนดให้ $f(x) = \frac{1-x}{x+2}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงที่ $x \neq -2$ ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับ

$$f(a + f^{-1}(2)) = 1 \text{ แล้ว } 2a + 1 \text{ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

- | | | | | |
|-------|-------|------|------|------|
| 1. -2 | 2. -1 | 3. 0 | 4. 1 | 5. 2 |
|-------|-------|------|------|------|

7. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

ให้ $f = \{(x, y) \in R \times R \mid y + x = |x|\}$ และ $g = \{(x, y) \in R \times R \mid y - x = |x|\}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) $g \circ (f \circ g) = (f \circ g) \circ g$

(ข) $(g \circ f) - f = (f \circ g) + f$

(ค) $f \circ (f \circ g) = fg$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|---|--|
| 1. ข้อ (ก) และข้อ (ข) ถูก แต่ข้อ (ค) ผิด | 2. ข้อ (ก) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ข) ผิด |
| 3. ข้อ (ข) และข้อ (ค) ถูก แต่ข้อ (ก) ผิด | 4. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกทั้งสามข้อ |
| 5. ข้อ (ก) ข้อ (ข) และข้อ (ค) ผิดทั้งสามข้อ | |



เฉลยข้อสอบบทที่ 11 หลักการนับเบื้องต้น และความน่าจะเป็น

ข้อสอบระดับง่าย

1. 5	2. 5,460	3. 5	4. 1	5. 4
6. 2	7. 3	8. 2	9. 3	10. 0.65

เฉลยละเอียด

1. ตอบ 5

วิธีทำ จากการหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่กลับคืนลงในกล่อง แสดงว่าสามารถสลับลำดับในการหยิบได้

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า} \quad \frac{n}{3n} \cdot \frac{n}{3n-1} \cdot \frac{n}{3n-2} \cdot 3! &= \frac{2}{5} \\ \frac{n^3}{(3n)(3n-1)(3n-2)} &= \frac{8}{120} \end{aligned}$$

ดังนั้น $n = 2$

จากโจทย์ต้องการหยิบ 3 ลูกและให้ได้ 2 สี แสดงว่าเราต้องเลือกสีในการหยิบด้วย นั่นคือ $\binom{3}{2}$

โดยที่จะมีสีหนึ่งได้ 2 ลูก และอีกสีหนึ่งได้ 1 ลูก ดังนั้น สามารถสลับได้อีก 2 วิธีของการเลือกว่า สีใดได้ 2 ลูก สีใดได้ 1 ลูก จึงสามารถคิดความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$\text{จะได้ว่า} \quad \frac{\binom{3}{2} \binom{2}{2} \binom{2}{1} \cdot 2}{\binom{6}{3}} = \frac{9}{15}$$



ข้อสอบระดับยาก

1. 3	2. 2	3. 1	4. 3	5. 5
6. 5	7. 1	8. 4	9. 3	10. 3
11. 12	12. 81	13. 4	14. 15	15. 10
16. 0.5	17. 2	18. 3	19. 2	20. 634
21. 4	22. 1	23. 4	24. 157	25. 23

เฉลยละเอียด

1. ตอบ 3

วิธีทำ แทน $x = 1$ ลงไปแล้วได้ $\frac{0}{0}$ ดังนั้น จึงแยกตัวประกอบเพื่อให้มีโอกาสตัดตัวเศษส่วนได้

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่า} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(3x-2)}{3x^2-x-2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(3x-2)}{(3x+2)(x-1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(3x-2)}{(3x+2)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-2}{(3x+2)(\sqrt{x}+1)} \\
 \text{แทน } x = 1 ; &= \frac{1}{10}
 \end{aligned}$$

หรือจะใช้ “ทฤษฎีบทโลปีตาล” ก็ได้

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(3x-2)}{3x^2-x-2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x\sqrt{x}-3x-2\sqrt{x}+2}{3x^2-x-2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^{\frac{3}{2}}-3x-2x^{\frac{1}{2}}+2}{3x^2-x-2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{9}{2}\sqrt{x}-3-\frac{1}{\sqrt{x}}}{6x-1}
 \end{aligned}$$

